

Рабочая программа рассмотрена на заседании
кафедры учителей математики и физики
Протокол №__ от «__» _____ 2023 г.
Заведующая кафедрой _____
/Миронова О.А./

ПРОВЕРЕНА «__» _____ 2023 г.
Зам. директора по УВР _____
/ Шакирова Е.И./

УТВЕРЖДАЮ к использованию в
образовательном процессе школы
Директор школы _____
/ Плотников Ю.А./
«__» _____ 2023 г.

ПРОГРАММА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА

по математике

«Параметр в задачах ЕГЭ»

для обучающихся **11 «А», 11 «Б»** классов

**ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ
СРЕДНЕЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЫ №2
С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ ОТДЕЛЬНЫХ ПРЕДМЕТОВ
П.Г.Т. УСТЬ-КИНЕЛЬСКИЙ Г.О. КИНЕЛЬ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ**

на **2023 – 2024** учебный год

Учитель: Логинова Н.А.

п.г.т. Усть – Кинельский

2023 г

ПРОГРАММА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА ПО МАТЕМАТИКЕ

«Параметр в задачах ЕГЭ»

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Модель профильного обучения включает в себя базовые общеобразовательные и профильные предметы, а также элективные курсы. Функция элективных курсов – реализация личностно-ориентированного учебного процесса, позволяющего учитывать интересы, склонности и способности учащихся и создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования.

Необходимость введения курса «Параметр в задачах ЕГЭ» определяется тесной взаимосвязью таких задач с физическими процессами и геометрическими закономерностями, включением их в задания олимпиад, конкурсов, ЕГЭ.

Практика работы в школе показывает, что уравнения и неравенства с параметром – это один из сложнейших разделов школьного курса математики, представляющий для школьников наибольшую трудность, как в логическом, так и в техническом плане. Решение уравнений и неравенств с параметрами можно считать деятельностью, близкой по своему характеру к исследовательской. Выбор метода решения, запись ответа совершенствуют умения наблюдать, сравнивать, анализировать, строить схемы и графики, выдвигать гипотезу и обосновывать полученные результаты. Задачи с параметром проверяют не только умение работать по алгоритму, но и способность к поиску нестандартных решений, формируя при этом творческий подход к выполнению заданий.

Данный элективный курс «поддерживает» изучение профильного предмета, выстраивает индивидуально-образовательную траекторию учащегося, а также позволяет сократить разрыв между требованиями, предъявляемыми к выпускнику при выполнении заданий итоговой аттестации и школьной программой. В процессе его изучения учащиеся знакомятся с методами решения задач с параметром (аналитическим, функциональным, функционально-графическим), приобретают навыки рационального поиска решения, открывают перед собой эвристические приемы, ценные для математического развития личности.

Цель курса:

- создание базы математических знаний, умений и навыков, способствующих рациональному решению задач с параметром;
- приобщение учащихся к творческой и исследовательской деятельности, обеспечивающей в будущем интеллектуальную и социальную самореализацию;
- формирование представлений о значимости математики как инструмента познания окружающего мира и двигателя научно-технического прогресса.

Задачи курса:

- формирование у учащихся навыков решения уравнений и неравенств с параметром различными способами;
- стимулирование исследовательской деятельности школьников;
- формирование логического и творческого мышления учащихся;
- повышение математической культуры;

- развитие устойчивого интереса учащихся к изучению математики;
- подготовка к итоговой аттестации и продолжению образования.

Элективный курс предполагает включение в содержание программы теоретического и практического материала. Теоретическая часть содержит упорядоченные сведения об уравнениях и неравенствах с параметром, способы их решения и обоснование, а практическая – задачи различных типов, разного уровня сложности, предназначенные для индивидуальной, парной, групповой и коллективной форм работы. Значительное место отводится самостоятельной математической деятельности учащихся – решению задач, проработке теоретического материала, подготовке сообщений, презентаций. Особое внимание на занятиях уделяется организации научно-исследовательской деятельности учащихся и формированию у них умения конструировать задания.

Методы, применяемые на занятиях, подобраны в соответствии с содержанием курса, особенностями тематики и органично сочетают лекции, семинары, практикумы.

В процессе преподавания элективного курса важным компонентом являются **средства обучения**:

- печатные пособия (учебники, раздаточный и дидактический материалы);
- наглядные пособия (плакаты, графики, таблицы);
- электронные образовательные ресурсы (мультимедийные средства обучения).

При планировании элективного курса учтена возможность включения разнообразного иллюстративного материала, мультимедийных и интерактивных моделей, использование компьютерной информационной базы для организации самостоятельной работы школьников при повторении теоретического материала и тестирования для проверки и контроля знаний.

Специфика работы учителя во многом определяется уровнем подготовки учащихся, их способностями, а самое главное – их мотивацией. Поэтому в программе даны варианты заданий, для решения которых потребуется различный уровень знаний и умений. В зависимости от темы занятия педагог выступает как информатор, консультант, наблюдатель, эксперт или занимает позицию активного участника учебного процесса.

Программа курса разработана для классов естественно-математического, социально-экономического профилей в старшей школе и предназначена для организации систематического изучения вопросов, связанных с параметром. Элективный курс продолжительностью 34 часа рассчитан на учащихся 11-х классов, обладающих достаточной математической подготовкой, проявляющих интерес к предмету, и желающих овладеть различными умениями, навыками и приемами для решения математических задач с параметром.

Элективный курс «Параметр в задачах ЕГЭ» соответствует:

- современным целям общего образования;
- основным положениям концепции профильной школы.

2. МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Преподавание элективного курса строится как углубленное изучение вопросов, предусмотренных программой основного курса. Углубление реализуется на базе обучения методам и приемам решения математических задач, требующих применения высокой логической и операционной культуры, развивающих научно-теоретическое, алгоритмическое и творческое мышление, и позволяет школьникам научиться решать задачи повышенной сложности.

В процессе преподавания элективного курса используются **технологии**, ориентированные на получение учащимися практики, позволяющей овладеть общеучебными умениями и навыками для успешного усвоения программы профильной школы. Активную учебно-познавательную деятельность, направленную на личностное развитие каждого ученика, формирование и развитие ключевых и предметных компетенций школьников обеспечивает применение:

- лекционно-семинарской системы обучения;
- информационно-коммуникационных технологий;
- дифференцированного обучения;
- исследовательского метода в обучении;
- проблемного обучения;
- технологии деятельностного метода, позволяющей выявлять познавательные интересы и способности школьников;
- личностно-ориентированного обучения.

В результате изучения курса учащиеся приобретут **умения**:

- описывать реальные ситуации с помощью математических моделей;
- анализировать и выбирать оптимальные способы решения уравнений и неравенств с параметром;
- отстаивать своё мнение по выбору способа решения нестандартных задач с параметром;
- применять свойства функций для построения графиков и решения уравнений и неравенств с параметром;
- строить и читать графики функций;
- логически мыслить, рассуждать, выдвигать гипотезы, делать выводы, обосновывать полученные результаты;
- работать с различными источниками информации.

Результат обучения выражается в повышении математической культуры, в проявлении умения осуществлять исследовательскую деятельность и применять полученные знания для решения практических задач.

Оценка качества деятельности обучающегося проводится методом модульно-рейтинговой системы контроля достижений. Качество знаний учащихся обеспечивается регулярностью их работы в течение всего периода обучения. Текущие оценки переводятся учителем в баллы и складываются в итоговый показатель качества освоения курса. За выполнение индивидуальных работ в форме сообщений, докладов, рефератов и заданий повышенной сложности ученики получают дополнительные баллы.

Отчётность по освоению курса предусматривает проверку домашних заданий, самостоятельных работ, тестов, оценивание качества исследовательских проектов. По итогу курса проводится защита групповых и индивидуальных заданий исследовательского типа, рефератов и творческих работ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильясов И. И. Структура процесса учения — М.: 1986.
2. Махмутова М. И. Современный урок — М.: 1981.
3. Пидкасистый П. И. Педагогика — М.: 2004.
4. Прессман Л. П. Методика и техника эффективного использования средств обучения в учебно-воспитательном процессе — М.: 1985.
5. Профильное обучение: программы элективных курсов здоровьесберегающей направленности: Учебно-методическое пособие / Под ред. Т.В. Черниковой. — М.: ТЦ Сфера, 2006. — 304 с. (Педагогическое мастерство).
6. Скаткин М. Н. Совершенствование процесса обучения — М.: 1971.

3. УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН КУРСА

№ п/п	Темы	Учебное время, ч			
		Теория	Практика	Проект	Всего
1.	Начальные представления о параметре	0,5	0,5		1
2.	Способы решения задач с параметром	3			3
2.1	Аналитический способ	1			
2.2	Функциональный и функционально-графический способ	1			
2.3	Сочетание графического и аналитического методов решения уравнений.	1			
3.	Задачи с параметром		17		17
3.1	Линейные уравнения, неравенства и системы с параметром		2		
3.2	Квадратные уравнения, неравенства и системы с параметром		3		
3.3	Тригонометрические уравнения, неравенства и системы с параметром		4		
3.4	Иррациональные уравнения, неравенства и системы с параметром		4		
3.5	Показательные и логарифмические уравнения, неравенства и системы с параметром		4		
4.	Комбинированные задачи с модулем и параметром		4		4
5.	Конструирование задач с параметром		2		2
6.	Задачи единого государственного экзамена		5		5
7.	Защита рефератов и творческих работ			2	2
	Итого:	3,5	28,5	2	34

4. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

1. Начальные представления о параметре (0,5 ч)

Вводная беседа. Назначение, структура и краткое содержание учебного курса. Понятие параметра, уравнения и неравенства с параметром.

2. Способы решения задач с параметром (3,5 ч)

Знакомство со способами решения уравнений и неравенств с параметром (аналитическим, функциональным и функционально-графическим), рассмотрение общих схем и закономерностей в поиске решений. Систематизация задач по типу ограничений, накладываемых на параметр. Графическая интерпретация задач с параметром: построение графического образа на координатной плоскости (xOy) и на плоскости (xOa). Сочетание графического и алгебраического методов решения уравнений. Сравнительный анализ аналитического, функционально-графического способов при решении уравнений и неравенств с параметром.

Практическая работа №1 «*Определение типа задач с параметром и выстраивание схемы поиска решения*»

3. Задачи с параметром (17 ч)

Приемы решения рациональных, иррациональных, тригонометрических, показательных и логарифмических уравнений, неравенств и систем с параметром. Рассмотрение уравнений и неравенств, содержащих различные функции. Выбор оптимального метода решения.

Практическая работа №2 «*Решение задач с параметром с выбором рационального способа решения*»

4. Комбинированные задачи с модулем и параметром (4 ч)

Комбинированные задачи с модулем и параметром. Обобщенный метод областей. Перенос метода интервалов с прямой на плоскость. Нахождение площади фигур, ограниченных неравенством. Применение метода областей к решению уравнений и неравенств с параметром и модулем, и их комбинации.

Практическая работа №3 «*Решение задач с модулем и параметром с выбором рационального способа решения*»

5. Конструирование задач с параметром (2 ч)

Технология конструирования задач с параметром. Использование графиков различных соответствий и уравнений. Демонстрация приёма составления задач с параметром методом «от картинки к задаче».

Практическая работа №4 «*Конструирование задач с параметром*»

6. Задачи единого государственного экзамена (5 ч)

Нетрадиционные задачи с параметром. Практикум по решению задач, относящихся к группе «С», входящих в контрольно измерительные материалы ЕГЭ прошлых лет. Анализ методов решения заданий. Использование экстремальных свойств рассматриваемых функций. От общего к частному и обратно.

7. Защита рефератов и творческих работ (2 ч)

Выступления учащихся с рефератами по различным вопросам темы, практическому применению задач с параметрами, проблемам организации

эффективной деятельности при решении математических задач разных типов и вопросам саморегуляции. Защита творческих работ и демонстрация презентаций.

В учебно-методический комплект включены:

- **практические работы** для закрепления знаний учащихся и отработки навыков решения задач с параметром (приложение 1);
- **разработки занятий** по темам «*Функционально-графический способ решения задач с параметром*» (приложение 2) и «*Конструирование задач с параметром*» (приложение 3) с методическими рекомендациями по их проведению;
- мультимедийные средства обучения: **демонстрационный материал и устный счёт** к занятиям по темам «*Аналитический способ решения задач с параметром*», «*Функционально-графический способ решения задач с параметром*», «*Конструирование задач с параметром*» (приложение 4);
- **буклет–памятка**, разработанный для учащихся, по теме «*Функционально-графический способ решения задач с параметром*», содержащий основные сведения об уравнениях (неравенствах) с параметром, структуру решения и примеры задач (приложение 5);
- **комплекс задач** с параметром, рекомендуемый к возможному использованию в учебном процессе для формирования навыков решения уравнений, неравенств и систем функционально-графическим способом (приложение 6);
- **самостоятельные работы** по темам «*Линейные уравнения, неравенства с параметром*», «*Квадратные уравнения и неравенства с параметром*», «*Тригонометрические уравнения с параметром*» для организации промежуточного контроля знаний учащихся и ответы к заданиям (приложение 7);
- приложения, содержащие дополнительную информацию по данному курсу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ ПЕДАГОГА

1. «Алгебра 7 – 11 класс», электронный учебник – справочник, компакт – диск для работы на компьютере.
2. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. Справочное пособие. – М.: Наука; 1987.
3. Горнштейн П.И., Полонский В. Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – М: Илекса, 2007 г., 326 с.
4. Дворянинов С.В., Письменная С.А. «Функции, графики, задачи с параметром». Самара, 1998.
5. Джиоев Н.Д. Нахождение графическим способом числа решений уравнений с параметром. Математика в школе – 1996. - №2. – С. 54-57.
6. Кожухова, С.А. Свойства функций в задачах с параметром. Математика в школе – 2006. - №7. – С. 17-24.
7. Кочерова, К.С. Об уравнениях с параметром и модулем (графический способ решения). Математика в школе – 1995. - №2. – С. 2-4.
8. Кушнир И. Шедевры школьной математики. 1,2 том «АСТАРТА», Киев, 1995 г. 573с., 509с.
9. Максютин А.А. Математика 10. Индивидуальные домашние задания по алгебре, началам анализа и геометрии. ЗАО «Папирус», Самара, 2002 г., 588 с.
10. «Математика 5 – 11 классы. Практикум», учебное электронное издание, компакт – диск для работы на компьютере.
11. Мещерякова Г.П. Функционально-графический метод решения задач с параметром Математика в школе – 1999. - №6. – С. 69-71.
12. Саханевич М. ЕГЭ: решение сложных задач. Математика. Издательский дом «Первое сентября», № 12, 2004.
13. Ястребицкий Г.А. Уравнения и неравенства, содержащие параметры: пособие для учителей. М: Просвещение, 1972 г.
14. http://www.spin.nw.ru/student/dist_ed/math_problem1.htm

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ

1. Балаян Э.Н. Математика. Сам себе репетитор. Задачи повышенной сложности. Серия «Абитуриент», Ростов на – Дону: Изд-во «Феникс», 2004.
2. Колесникова С.И. Математика. Решение сложных задач Единого государственного экзамена. – 3-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2007. – 272 с. – (Домашний репетитор Подготовка к ЕГЭ).
3. Локоть В.В. Задачи с параметрами. Линейные и квадратные уравнения, неравенства, системы: Учебное пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: АРКТИ, 2005. – 96 с. (Абитуриент).
4. Локоть В.В. Задачи с параметрами. Иррациональные уравнения, неравенства, системы, задачи с модулем. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: АРКТИ, 2006. – 64 с. (Абитуриент: Готовимся к ЕГЭ).
5. Локоть В.В. Задачи с параметрами. Показательные и логарифмические уравнения, неравенства, системы. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: АРКТИ, 2005. (Абитуриент: Готовимся к ЕГЭ).
6. «Математика абитуриенту. Версия 2.0.: «1145 задач по математике», компакт – диск для работы на компьютере.
7. Моденов В.П. Задачи с параметрами. Координатно-параметрический метод. Учебное пособие для школьников и абитуриентов. ООО «Экзамен» 2007 г, 288 с.
8. Под редакцией А.И. Прилепко «Сборник задач по математике для поступающих в вузы». М., 1989.
9. «Репетитор: Математика, часть 1», компакт – диск для работы на компьютере.
10. Скорикова Л.А. Математика 10 – 11 класс. Задачи с параметром. Волгоград. Учитель, 2010г., 166 с.
11. Цыганов Ш.И. Все задачи ЕГЭ по математике прошлых лет: Учебное пособие, - 4 издание, дополненное – Уфа: Центр педагогических измерений, 2008 г.
12. Шабунин М.И. «Пособие по математике для поступающих в вузы». М., 1999.
13. Шарыгин И. Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учебное пособие для 10 класса средней школы. – М.: Просвещение, 1989. - 252 с.
14. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. «Математика: интенсивный курс подготовки к экзамену». – 6-е изд., испр. и доп. – М.: Рольф, 2002. – (Домашний репетитор)
15. Ястребицкий Г.А. Задачи с параметром. М: Просвещение, 1986 г.
16. Ященко И.В. ЕГЭ 2023. Математика. Профильный уровень. 50 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий от разработчиков ЕГЭ. М: Издательство «Экзамен», 2023. - 239с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Практическая работа №1 «Определение типа задач с параметром и выстраивание схемы поиска решения»

1. Классифицируйте задачи по типу ограничений, накладываемых на параметр, поставив в соответствующем столбце знак «+».
2. Укажите возможные варианты решения (аналитический, функционально-графический способы).

№	Задание	Классификация задач по типу ограничений, накладываемых на параметр				Варианты решения
		<i>нахождение решения для любого значения параметра или значений из указанного множества</i>	<i>определение всех значений параметра при указанном количестве решений</i>	<i>нахождение количества решений в зависимости от значений параметра</i>	<i>определение всех значений параметра, при которых множество решений удовлетворяет заданным условиям</i>	
1.	При каких целых значениях параметра a уравнение $ax^2 + 2ax + x = 1 - a$ будет иметь целые корни?					
2.	При каких значениях параметра a уравнение $ x^2 - 2x - 3 = a$ имеет три решения?					
3.	Найдите все значения параметра a , при которых прямые $4x - 3y - a = 0$ и $5x - ay + 8 = 0$ пересекаются в точке с отрицательными координатами.					
4.	Для каждого значения параметра a определите число решений уравнения $ x^2 - 9x - 22 = 2a - 1$.					
5.	Для каждого положительного					

	параметра a решите неравенство $\sqrt{2ax - x^2} \geq a - x$.					
6.	При каких значениях параметра a уравнение $ax - 1 = \sqrt{x}$ имеет единственное решение?					
7.	Определить при каких значениях параметра a решение системы уравнений $\begin{cases} x + ay = 2, \\ 2x - 4y = 1 \end{cases}$ удовлетворяет условиям $x > 1, y < 0$.					
8.	Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{x + a} = \log_{\frac{1}{3}}(x - 2a)$ в зависимости от значений параметра a ?					
9.	Найдите все значения x , которые удовлетворяют неравенству $(2a - x)x^2 < (a + 1)x + 3a$ при любых значениях параметра $a \in (1; 2)$.					
10.	При каких значениях параметра a система $\begin{cases} a \cdot 9^x + 7^y = 1, \\ 4 \cdot 9^x + 2 \cdot 7^y = a \end{cases}$ имеет бесконечно много решений?					

Практическая работа №2

«Решение задач с параметром с выбором рационального способа решения»

Уровни	№	Задание
Уровень А	1.	При каких a каждый корень уравнения $3(x+a) = 6-a$ удовлетворяет условию $x \in [2;4]$?
	2.	Сколько решений в зависимости от параметра a имеет уравнение $ x+1 = ax$?
	3.	При каких значениях параметра a уравнение $3x^2+5x-a=0$ имеет два различных корня?
	4.	Решите уравнение с параметром $(x-1)\sqrt{x-a} = 0$.
	5.	При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} ax - 4y = a + 1, \\ 2x + (a + 6)y = a + 3 \end{cases}$ не имеет решения?
Уровень В	6.	При каких значениях параметра a уравнение $3x^4+4x^3-12x^2-a=0$ имеет не менее трёх корней?
	7.	Определите количество корней уравнения $\cos 2x(\sin x - a) = 0$ на промежутке $[0;2\pi]$.
	8.	Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $-2\sin^2 x = (a^2 + 5a + 2)\sin x$ имеет ровно 4 различных корня на отрезке $[0;2\pi]$.
	9.	Решите неравенство с параметром $(a+1)\sqrt{2-x} < 1$.
	10.	При каком значении параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 + x\sqrt{a^2 + 6a + 2a - 1} = 0$ принимает наименьшее значение?
Уровень С	11.	Найдите все значения x , которые удовлетворяют неравенству $(2a-3)x^2+2 > (7a-5)x-6a$ при любых значениях параметра $a \in (1;+\infty)$.
	12.	Для каждого значения параметра p определите число корней уравнения $ 2x - x^2 = \log_5 p$.
	13.	При каких значениях параметра a уравнение $a^2x^2 + 2a(\sqrt{3}-1)x + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{3} - 4$ имеет решения?
	14.	Известно, что уравнение $(2a+3)x^2+ax+3x=0$ имеет хотя бы один корень. При каких значениях параметра a число корней уравнения равно числу корней уравнений $\frac{21-a}{1+2x} = 3 + \sqrt{x-3}$?
	15.	Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sin \sqrt{a^2 - x^2} = 0$ имеет ровно 8 решений.

Практическая работа №3

«Решение задач с модулем и параметром с выбором рационального способа решения»

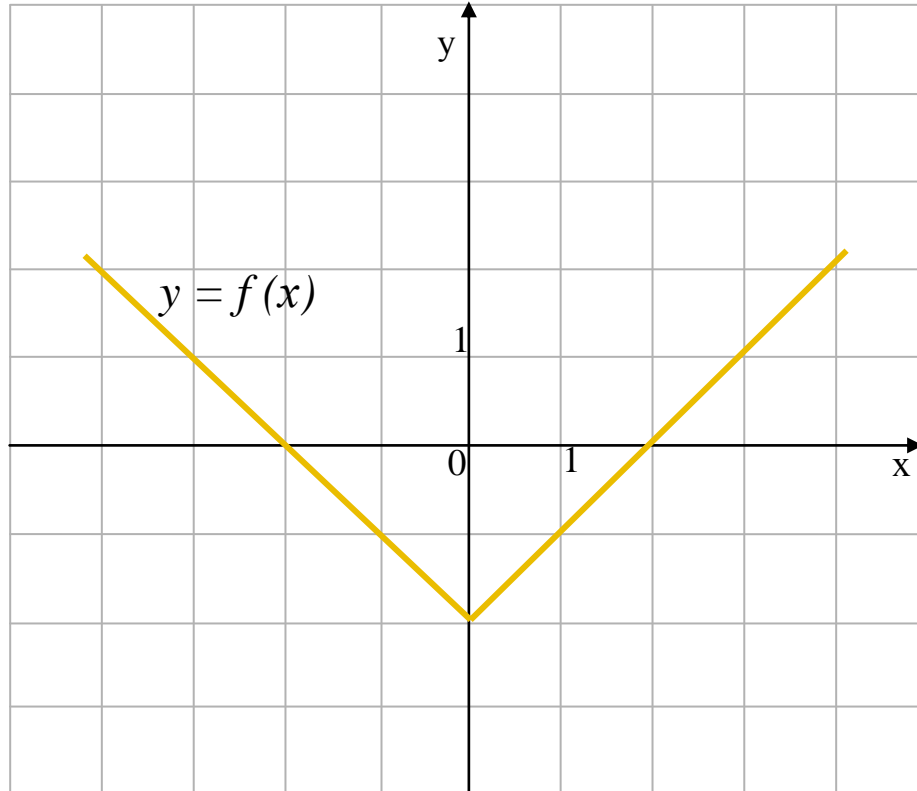
Уровни	№	Задание
Уровень А	1.	Решите уравнение с параметром $ x + 3 = a$.
	2.	Решите неравенство с параметром $ x + 2 > a$.
	3.	При каких значениях параметра a уравнение $ x^2 - 4x = a$ имеет 3 различных решения?
	4.	При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ y = x + a \end{cases}$ имеет единственное решение?
Уровень В	5.	Решите уравнение с параметром $ x - a = x - 2 $.
	6.	Решите неравенство с параметром $ x + a \geq x$.
	7.	Решите уравнение с параметром $ -x^2 + 4x + 5 = a$.
	8.	При каких значениях параметра a система неравенств $\begin{cases} 2x^2 + x - 15 \leq 0, \\ x + a \leq 4 \end{cases}$ имеет одно решение?
Уровень С	9.	Решите уравнение с параметром $ x - 3 + x + 4 = a$.
	10.	При каких значениях параметра a уравнение $3a(x-2)^2 - 2 x-2 + 5 = 0$ имеет 4 различных решения?
	11.	При каких значениях параметра a система неравенств $\begin{cases} 3x^2 - 7x - 20 \geq 0, \\ x - a \leq 1 \end{cases}$ имеет одно решение? Для всех таких значений a найдите это решение.
	12.	При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} y + \ln \frac{ y }{y} = x, \\ y + 2(x + a)^2 = x + 2a + 4 \end{cases}$ имеет одно решение?

Практическая работа №4

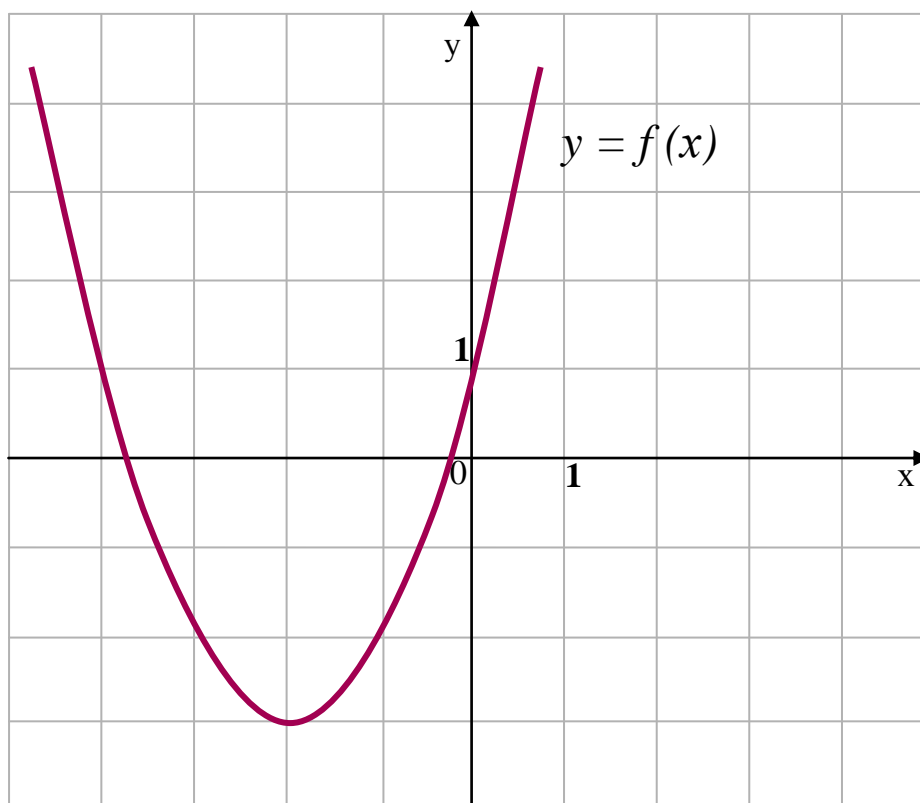
«Конструирование задач с параметром»

Уровень А.

1. Используя рисунок, составьте уравнение и неравенство с параметром:

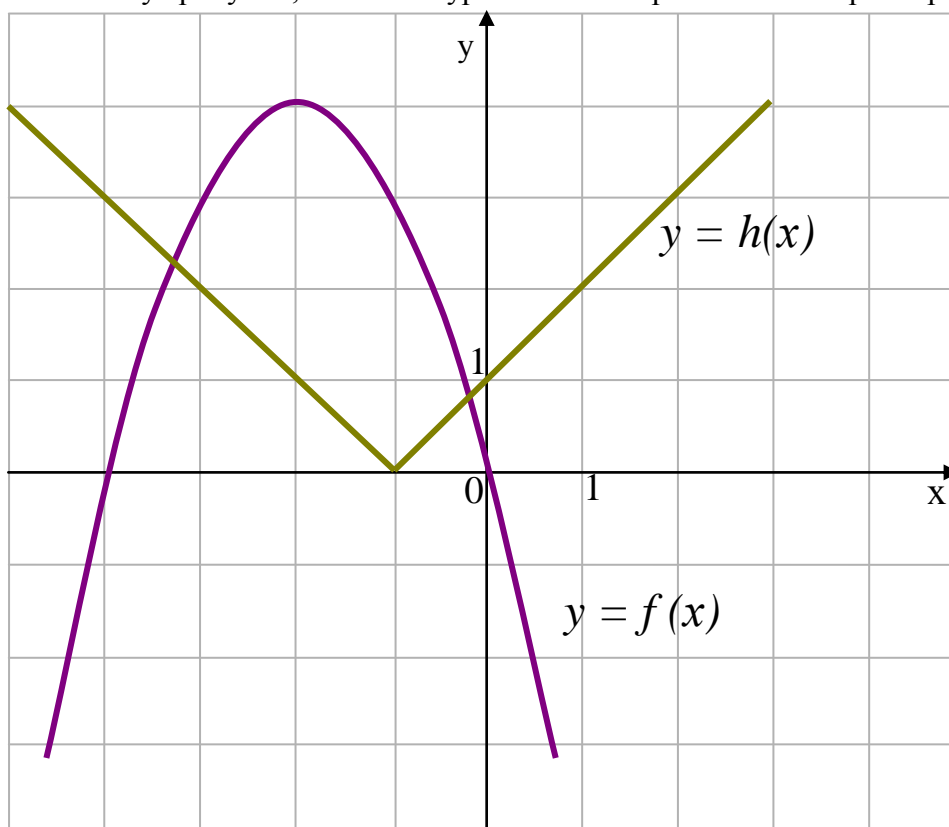


2. Используя рисунок, составьте задачу с параметром:

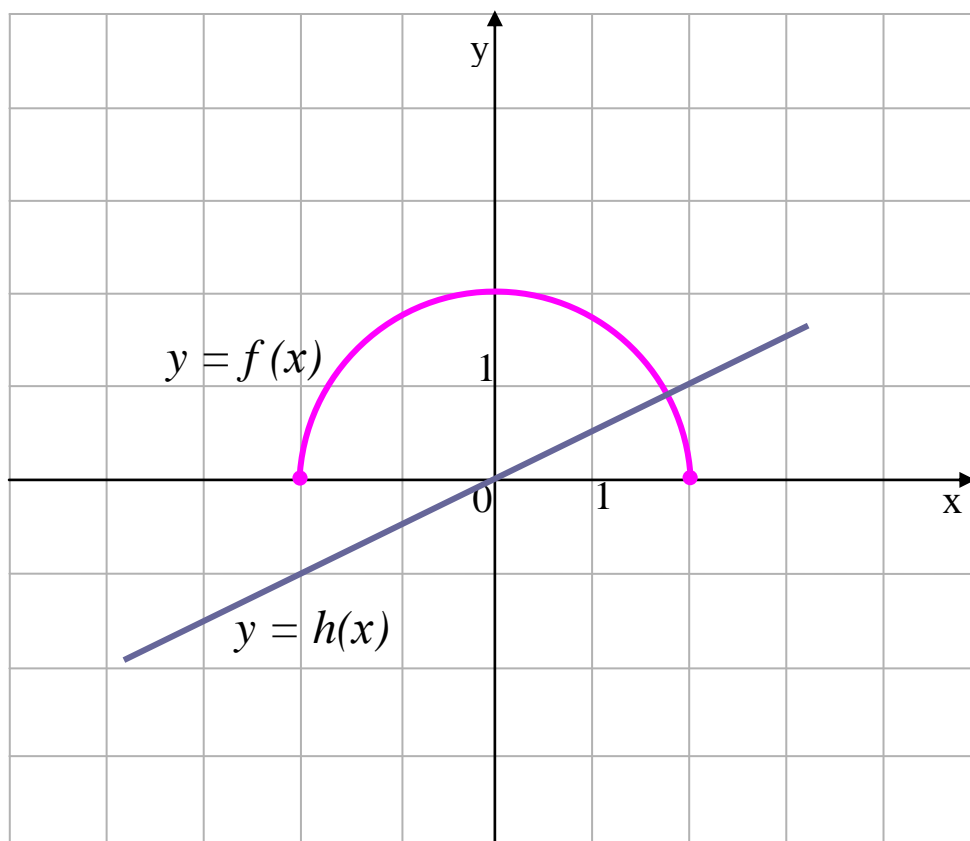


Уровень В.

1. Используя рисунок, составьте уравнение и неравенство с параметром:



2. Используя рисунок, составьте задачу с параметром:



Уровень С. Составьте две задачи с параметром, используя алгоритм конструирования.

Занятие по теме: «Функционально-графический способ решения задач с параметром»

Тип урока: урок изучения нового материала.

Цель:

- ознакомление учащихся с приёмами решения уравнений и неравенств с параметром функционально-графическим способом;
- формирование практических навыков и умений при решении задач с параметром функционально-графическим способом;
- развитие информационных и коммуникативных компетентностей, внимания, логического и математического мышления, умения анализировать задание и выбирать оптимальные способы решения;
- создание условий для творческой активности учащихся и их самореализации;
- воспитание настойчивости в достижении цели и заинтересованности в конечном результате труда.

Используемые технологии: информационно-коммуникационные технологии, дифференцированное, личностно-ориентированное обучение.

Формы учебной деятельности: индивидуально-групповая, работа под руководством учителя, самостоятельная работа учащихся.

Оборудование: мультимедийный проектор, интерактивная доска.

Дополнительный материал: презентации с устным счётом «Аналитический способ решения задач с параметром» и демонстрационным материалом по теме, индивидуальный раздаточный материал для учащихся: буклет–памятка по теме «Функционально-графический способ решения задач с параметром» (см. приложение 5), таблица «Приёмы решения задач с параметром функционально-графическими способами» (см. приложение 2.1), памятка «Систематизация задач по типу ограничений, накладываемых на параметр» (см. приложение 2.2).

Продолжительность занятия: 40 мин.

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЯ

I. Оргмомент.

Сообщить учащимся тему, цель и этапы занятия.

II. Актуализация опорных знаний учащихся.

Учащимся предлагаются простейшие задачи с параметром для решения аналитическим способом (см. Устный счёт «Аналитический способ решения задач с параметром». Упражнение 1. Слайд 1-5).

Задания

- 1) При каких значениях параметра уравнение $|\delta - 1| - 1 = a$ не имеет решения?
- 2) Для каждого значения параметра a найдите решение неравенства $ax + 1 > 0$.



3) Решите уравнение $(a^2 - 9)x = a - 3$.

4) При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 - x + 3 = 0$ имеет один корень?

Первые два примера учащиеся разбирают самостоятельно, затем проверяют решение с помощью интерактивной доски. В примерах 3 и 4 ученикам предоставляется возможность перечислить этапы решения и прокомментировать его.

III. Изучение нового материала.

Изучение нового материала проводится в соответствии с демонстрационным материалом 1 «Функционально-графический способ решения задач с параметром» (см. ДМ 1. Слайд 1).



1. Повторение основных терминов.

Фронтально повторить с учащимися терминологию, связанную с параметром, с использованием интерактивной доски (Слайд 2).



2. Знакомство с основными методами решения задач с параметром.

Учитель отмечает существование трех способов решения уравнений и неравенств с параметром и акцентирует внимание учащихся на функционально-графическом методе (Слайд 3).

Элективный курс «Решение задач с параметром»

Способы решения уравнений и неравенств

аналитический

функциональный

функционально - графический

Цель занятия: изучение роли функционально-графического метода при решении уравнений и неравенств с параметром

11 класс

3. Информирование учащихся о преимуществах и возможном применении функционально-графического метода (Слайд 4, 5).

Элективный курс «Решение задач с параметром»

«... 10 из 100 математиков мыслят формулами... Но остальные мыслят образами; их интуиция геометрическая. Картинки несут гораздо больше информации, чем слова. В течение многих лет школьников отучали пользоваться картинками, потому что "они не строят"... Да, они не строят, но они помогают думать, а такого рода помощью никогда не следует пренебрегать»
Ян Стюарт

**ВОЗМОЖНОСТИ
ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКОГО
СПОСОБА:**

экономия времени

подсказка на более рациональный аналитический метод решения

отсутствие сложных и громоздких вычислений

11 класс

ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ С ПАРАМЕТРОМ

при обосновании классических методов решения неравенств

в задачах, в которых он наиболее рационален

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ
ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА**

в задачах, которые нельзя решить другими способами

в уравнениях - математических моделях других задач

Элективный курс «Решение задач с параметром»

4. Составление плана решения задач с параметром и описание приёмов решения функционально-графическим методом (Слайд 6, 7).

ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ С ПАРАМЕТРОМ

План решения задач с параметром графическим методом.

Условие задачи

Соответствующее множество на плоскости

Формулировка ответа на вопрос задачи

Построение графика функции, графика уравнения

Чтение графика

Элективный курс «Решение задач с параметром»

ПРИЕМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРОМ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

в координатной плоскости (xOy)

Решение задач с параметром

в координатной плоскости (xOy)

Структура решения задач с параметром

1. Строим график функции $y=f(x;a)$, задающий семейство кривых, зависящих от параметра a .
2. Определяем преобразование, позволяющее перейти от одной кривой семейства к другой.
3. Читаем график и находим необходимый графический образ.

1. Записываем уравнение $F(x;a) = 0$ в виде $a = f(x)$ и строим график этой функции.
2. Находим точки пересечения графика функции $a = f(x)$ с прямыми вида $a = a_0$, параллельными оси Ox .
3. Выбираем абсциссы точек пересечения, определяющие решения в соответствии с условием задачи.

Элективный курс «Решение задач с параметром»

Учитель совместно с учащимися обсуждает план решения задач с параметром, ученики записывают схему в тетради. Обращая внимание учащихся на индивидуальный раздаточный материал, учитель выделяет два основных приема решения уравнений и неравенств с параметром функционально-графическим способом. Учащиеся получают указание учителя следовать структуре построения

геометрических образов в координатных плоскостях (xOy) и (xOa) при решении задач с параметром.

5. Примеры решения задач в координатных плоскостях (xOy) и (xOa) .

Учитель представляет две задачи, для решения которых используются разные приёмы (Слайд 8, 9). Разбор заданий проводится с использованием компьютерной презентации с эффектами анимации, позволяющими сопроводить процесс решения уравнений, неравенств и систем с параметром графическими образами с применением возможностей PowerPoint. Учитель акцентирует внимание учащихся на целесообразность выбора того или иного приема решения и на правильное оформление записей. Учащиеся слушают пояснения учителя, записывают решение в тетрадях, при необходимости задают вопросы учителю.

Задания

1. Найдите все значения параметра b , при которых уравнение $\lg 2|x| + \lg(2-x) - \lg(\lg b) = 0$ имеет единственное решение.
2. При каких значениях параметра a уравнение $(a+4x-x^2-1)(a+1-|x-2|) = 0$ имеет три корня?

IV. Закрепление изученного материала.

1. Решение задач с использованием слайдов презентации.

Задания

- 1) Найти все значения параметра k , при которых система уравнений

$$\begin{cases} y - \frac{1}{2} = k(x+2), \\ y = \sqrt{x} \end{cases} \text{ имеет решения.}$$

- 2) Сколько решений имеет система $\begin{cases} |x| + |y| = a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ в зависимости от значений параметра a ?

- 3) При каких значениях a уравнение $\sqrt{x+a} = x$ имеет два корня?

Перед решением всех задач учащиеся совместно с учителем выбирают координатную плоскость для построения геометрических образов, опираясь на таблицу «Приёмы решения задач с параметром функционально-графическими способом».

После коллективного обсуждения первой и второй задач учащиеся оформляют решение в тетрадях, сверяя свои записи с решением, представленным на слайде интерактивной доски (Слайд 10, 11).

Следующую задачу учащиеся решают, работая в парах. Учитель контролирует ход решения, направляя учеников нуждающихся в помощи. Проверка решения осуществляется с использованием интерактивной доски. Решение комментируется одним учащимся (Слайд 12).

2. Проведение мини – исследования.

Учитель предлагает учащимся определить, какие виды геометрических преобразований использовались в рассмотренных примерах. Результаты мини-исследования представляются на слайде (Слайд 13).



V. Инструктаж домашнего задания.

Уровень А

При каких значениях параметра a уравнение $|x - 2| + 1 = a$ не имеет решений, имеет единственное решение?

Указание. Решить уравнение аналитическим и функционально-графическим способами.

Уровень В

1. Решить уравнение с параметром $|x - 2| + 1 = a$.
2. Решить неравенство $\sqrt{2x + a} \geq x$ с параметром.

Творческое задание

Распределить все примеры, разобранные на занятии и заданные на дом, по типу ограничений накладываемых на параметр.

Указание. Для выполнения задания используйте памятку «Систематизация задач по типу ограничений, накладываемых на параметр» (Слайд 14, см. приложение 2.2)

VI. Подведение итогов урока.

1. Учащиеся проговаривают, что нового узнали на занятии.
2. Учитель оценивает результаты деятельности учащихся.

VII. Рефлексия.

Учащимся предлагается охарактеризовать свое настроение после занятия, поставив знак «+» напротив соответствующего смайлика.



*ПРИЕМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
С ПАРАМЕТРОМ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ*

*в координатной
плоскости (xOy)*

*Решение задач
с параметром*

*в координатной
плоскости (xOa)*

Структура решения задач с параметром

- 1. Строим график функции $y = f(x; a)$, задающий семейство кривых, зависящих от параметра a .*
- 2. Определяем преобразование, позволяющее перейти от одной кривой семейства к другой.*
- 3. Читаем график и находим необходимый графический образ.*

- 1. Записываем уравнение $F(x; a) = 0$ в виде $a = f(x)$ и строим график этой функции.*
- 2. Находим точки пересечения графика функции $a = f(x)$ с прямыми вида $a = a_0$, параллельными оси Ox .*
- 3. Выбираем абсциссы точек пересечения, определяющие решения в соответствии с условием задачи.*

Систематизация задач по типу ограничений, накладываемых на параметр

- нахождение решения для любого значения параметра или значений из указанного множества;
- определение всех значений параметра, при указанном количестве решений;
- нахождение количества решений в зависимости от значений параметра;
- определение всех значений параметра, при которых множество решений удовлетворяет заданным условиям.



Правильному применению методов можно научиться, только применяя их на разнообразных примерах.

Г. Цейтен

Элективный курс «Решение задач с параметром»

Занятие по теме: «*Конструирование задач с параметром*»

Тип занятия: комбинированный урок.

Цель:

- совершенствование практических навыков и умений конструирования задач с параметром;
- развитие навыков исследовательской работы над задачей, логического и творческого мышления;
- воспитание самостоятельности при составлении задач с параметром и умения работать с имеющейся информацией в необычной ситуации.

Использованные технологии: информационно-коммуникационные технологии, дифференцированное, личностно-ориентированное обучение.

Формы учебной деятельности: работа под руководством учителя, самостоятельная работа учащихся, работа в парах, индивидуальная работа.

Оборудование: мультимедийный проектор, интерактивная доска.

Дополнительные материалы: презентация с устным счётом «Технология конструирования задач с параметром», индивидуальный раздаточный материал для учащихся: схемы - алгоритмы «Технология конструирования уравнений с параметром» (приложение 3.1) и «Технологии конструирования задач с параметром» (приложение 3.2), практическая работа № 4 (приложение 1).

Продолжительность занятия: 40 минут.

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЯ.

I. Оргмомент.

Сообщить учащимся тему, цель и этапы занятия.

II. Актуализация опорных знаний учащихся.

1. Повторение *определения* уравнения (неравенства) с параметром; понятия «что значит решить уравнение (неравенство) с параметром» (Слайд 2. Справочные материалы).



2. Учащимся предлагаются разноуровневые задания по готовым чертежам, закрепляющие навыки составления аналитических формул функций по их графикам (см. Устный счет «Технология конструирования задач с параметром». Упражнение 2. Слайд 1,3).



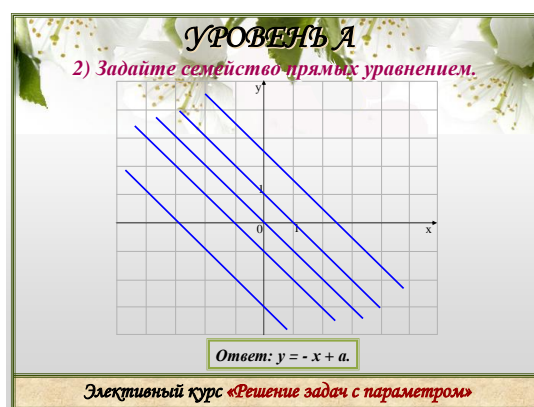
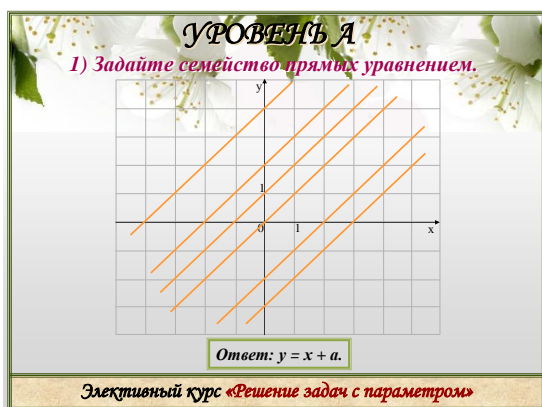
По гиперссылкам учитель задает уровень сложности задач для отвечающих учеников. Учащиеся комментируют свое решение.

Задания

1. Задайте соответствие между графиком функции и соответствующей ей формулой (Слайд 4).

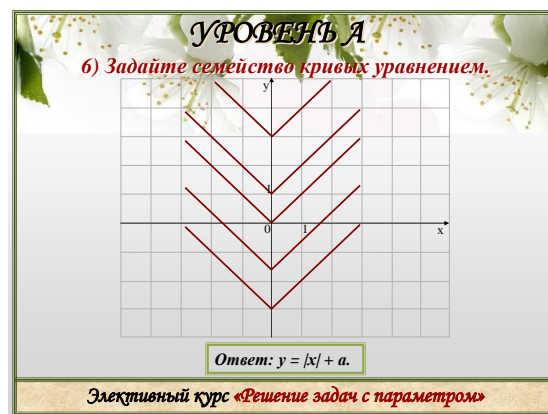
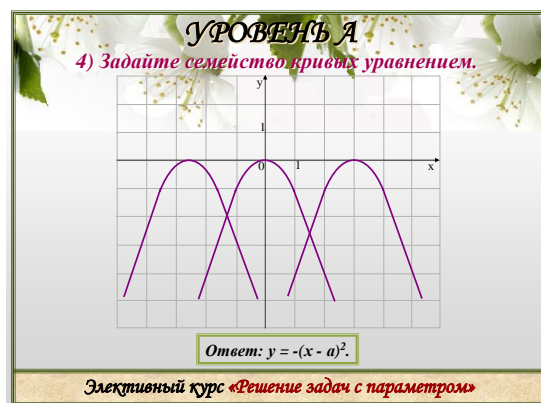


2. Задайте семейство прямых уравнением (Слайд 5 – 6, 11).

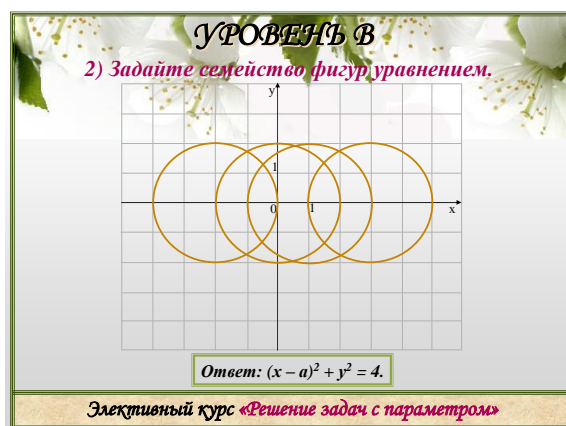


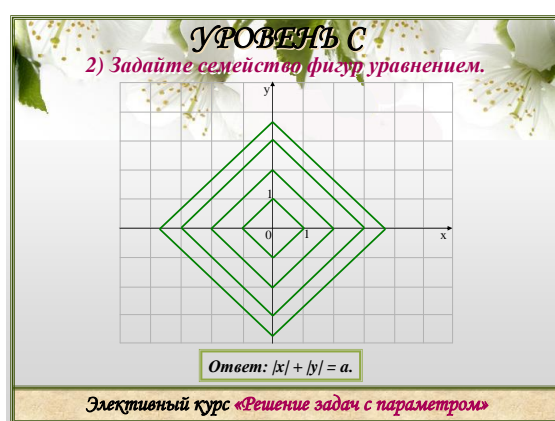


3. Задайте семейство кривых уравнением (Слайд 7 – 10).



4. Задайте семейство фигур уравнением (Слайд 12 – 14).





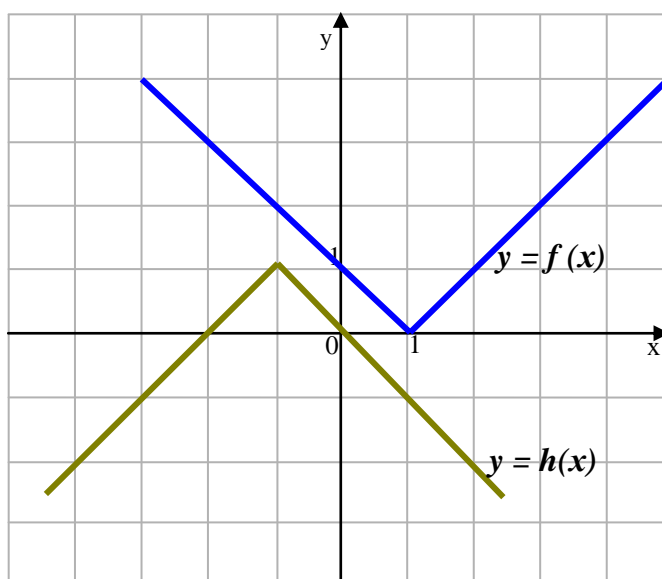
III. Закрепление материала.

1. Работа с раздаточным материалом.

Учащиеся, работая в парах, осуществляют взаимопроверку знаний алгоритмов технологий конструирования уравнений и задач с параметром по схемам.

2. Решение задачи по готовому чертежу, спроецированному на экран интерактивной доски.

Задание. Составьте уравнение, задачу с параметром.



Один ученик оформляет решение на доске, остальные – в тетрадях. Учитель при необходимости корректирует записи и ответ учащегося.

IV. Проверка знаний, умений и навыков учащихся.

1. Практическая работа.

Для проверки усвоения изученной темы школьникам предлагается выполнить разноуровневые задания практической работы № 4 (см. приложение 1). Выбор уровня сложности заданий практической работы делает ученик. Допускается индивидуальная работа учителя с отдельными учащимися.

2. Защита мини-проекта.

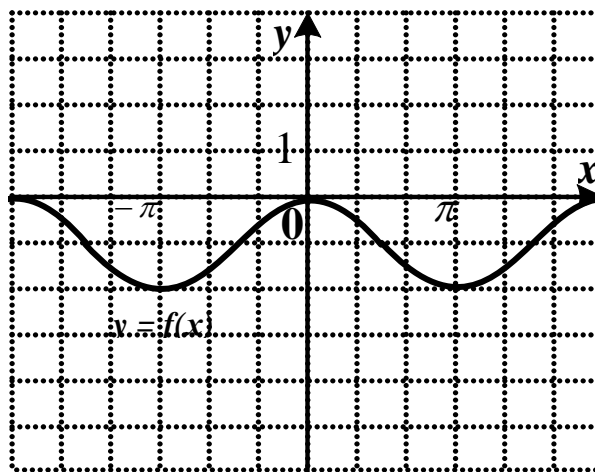
Выборочно проводится защита мини-проекта «Задача с параметром» по результатам выполненной практической работы.

Учащиеся, выбравшие уровень С, при защите своего проекта используют интерактивную доску и оформляют решение на слэде с координатной плоскостью.

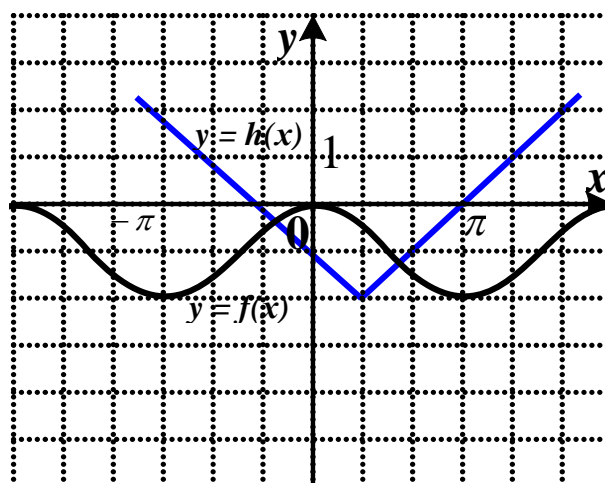
V. Инструктаж домашнего задания.

1. Используя рисунок, составьте задачу с параметром.

Уровень А



Уровень В



2. Составьте задачу с параметром, используя алгоритм конструирования.

VI. Подведение итогов урока.

- Повторение алгоритма технологии конструирования уравнений и задач с параметром.
- Оценка результатов деятельности учащихся.


VII. Рефлексия.

Учащимся предлагается ответить на вопросы: *урок*

- *привлек меня тем ...*


- *показался интересным ...*

- *заставил задуматься...*







ТЕХНОЛОГИЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕТРОМ


Подсказка: ход решения - «от картинки к уравнению с параметром»



**Алгоритм
конструирования**

-  1. Запишем уравнения, используя графические образы.
-  2. Заменим переменную u на параметр a .
-  3. Запишем уравнения с параметром.
-  4. Составим уравнение совокупности графиков.

11 класс



ТЕХНОЛОГИЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРОМ

Подсказка: ход решения «от картинки к условию задачи»



 1. Построим графический образ данных уравнений.

 2. Заменяем переменную y на параметр a .

 4. Запишем уравнение с параметром.

 4. По рисунку зададим условие задачи.

11 класс

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Демонстрационный материал и устный счёт к занятиям

по темам

«Конструирование задач с параметром»,

*«Функционально-графический способ
решения задач с параметром»*

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

буклет – памятка

для учащихся по теме

«Функционально-графический способ решения задач с параметром»

*Если вы хотите научиться плавать,
то смело входите в воду, а если
хотите научиться решать задачи, то
решайте их.*

Д. Пойа

ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРОМ

- ✚ задачи, которые надо решить для любого значения параметра или для значений параметра, принадлежащих заранее оговоренному множеству,
- ✚ задачи, в которых требуется найти количество решений в зависимости от значений параметра,
- ✚ задачи, в которых надо найти все те значения параметра, при которых указанные задачи имеют заданное число решений,
- ✚ задачи, в которых при искомым значениях параметра множество решений удовлетворяет заданным условиям в области определения.

Геометрические преобразования,

используемые в задачах с параметром:

- ✚ *параллельный перенос,*
- ✚ *поворот,*
- ✚ *гомотетия.*

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – М.: Илекса, Харьков: Гимназия, 2003
2. Дворянинов С. В., Письменная С. А. Функции, графики, задачи с параметром. Учебно-методическое пособие для учителей, учащихся 9-11 классов, абитуриентов. – Самара. Самарский областной институт повышения квалификации и переподготовки работников образования, 1998 г.
3. Денищева Л. О., Глазков О. А. и др. Единый Государственный Экзамен 2002: контрольно – измерительные материалы: математика. - М.: Просвещение, 2003 г.
4. Денищева Л. О., Глазков О. А. и др. Единый Государственный Экзамен 2007: Учебно – тренировочные материалы для подготовки к ЕГЭ. Математика. - М.: Интеллект - центр, 2008 г.
5. Цыганов Ш.И. Все задачи ЕГЭ по математике прошлых лет: Учебное пособие, - 4 издание, дополненное - Уфа: Центр педагогических измерений, 2008 г.
6. Шарыгин И. Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учебное пособие для 10 класса средней школы. – М.: Просвещение, 1989.
7. Ресурсы интернет: <http://www.bibliofond.ru>,
<http://www.fipi.ru>

МОУ СОШ №2

**с углубленным изучением отдельных
предметов
г. о. Кинель, Самарская область**



Функционально- графический способ решения уравнений и неравенств с параметром

Составители буклета:

Зенина Ольга Петровна,

Фролова Елена Юрьевна,

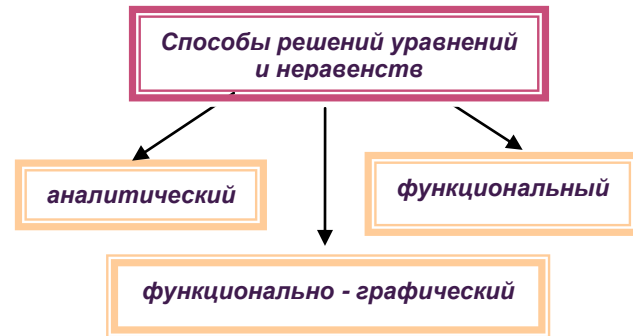
учителя математики МОУ СОШ №2 г.о. Кинель

2010 год

Уравнения (неравенства), в которых некоторые коэффициенты заданы не конкретными числовыми значениями, а обозначены буквенными выражениями, называются **уравнениями (неравенствами) с параметром**.

Решить уравнение (неравенство) с параметром означает следующее:

- ❖ исследовать, при каких значениях параметра уравнение (неравенство) имеет решения и сколько их в зависимости от значений параметра;
- ❖ найти все решения и указать для каждого из них значения параметра.



Функционально-графический метод

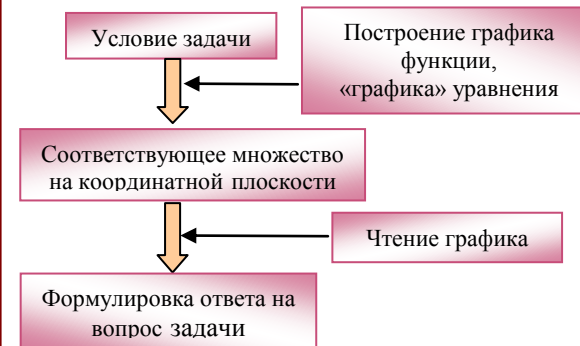
используется:

- 1) в обосновании классических методов решения неравенств;
- 2) в задачах, где он наиболее рационален, или в задачах, которые нельзя решить другими способами;
- 3) при решении уравнений и неравенств, которые являются математической моделью других задач (нахождение области определения, множества значений функций, нахождение интервалов монотонности).

Функционально-графический метод решения уравнений и неравенств с параметром

Существует два основных приема функционально-графического метода решения уравнений и неравенств с параметром: первый — построение графического образа на координатной плоскости (xOy) , второй — на плоскости (xOa) .

План решения задач с параметром графическим методом:



Структура решения задач с параметром

а) в координатной плоскости (xOy)

1. Строим график функции $y=f(x;a)$, задающий семейство кривых, зависящих от параметра a .
2. Определяем преобразование, позволяющее перейти от одной кривой семейства к другой.
3. Читаем график и находим необходимый графический образ.

б) в координатной плоскости (xOa)

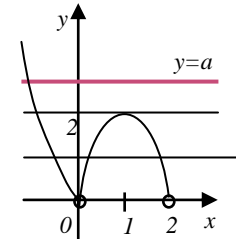
1. Записываем уравнение $F(x;a)=0$ в виде $a=f(x)$ и строим график этой функции.
2. Находим точки пересечения графика функции $a=f(x)$ с прямыми вида $a=a_0$, параллельными оси Ox .
3. Выбираем абсциссы точек пересечения, определяющие решения в соответствии с условием задачи.

Пример решение задачи в плоскости (xOy)

Найти все значения параметра b , при которых уравнение $\lg 2|x| + \lg(2-x) - \lg(\lg b) = 0$ имеет единственное решение.

Решение. Обозначив $\lg b = a$, заменим исходное уравнение равносильным: $\lg(2|x|(2-x)) = \lg a$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2|x|(2-x) = a; \\ x < 2; \\ x \neq 0. \end{cases}$$



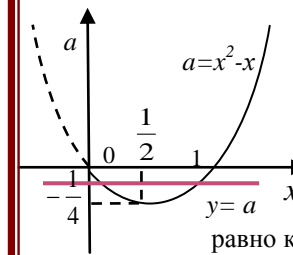
Построим график функции $y = 2|x|(2-x)$ с областью определения $x < 2$ и $x \neq 0$.
 $y = \begin{cases} 2x(2-x), & \text{если } 0 < x < 2; \\ -2x(2-x), & \text{если } x < 0. \end{cases}$

Вопрос о единственности решения означает, что график функции и семейство прямых $y = a$ должны пересекаться только в одной точке. По рисунку видно, что требование выполняется при $a > 2 \Rightarrow \lg b > 2, b > 100$. **Ответ: $b > 100$.**

Пример решение задачи в плоскости (xOa)

При каких значениях a уравнение $\sqrt{x+a} = x$ имеет два корня?

Решение. $\sqrt{x+a} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ a = x^2 - x. \end{cases}$



Эта система на плоскости (xOa) задает кривую, изображенную на рисунке сплошной линией.

Число решений при каждом фиксированном значении параметра $a=a_0$ равно количеству точек пересечения кривой с горизонтальной прямой $a = a_0$.

Заметим, что $a(\frac{1}{2}) = (\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$. При $-\frac{1}{4} < a \leq 0$ прямые пересекают дугу параболы в двух точках, а значит, при этих значениях a данное уравнение имеет два корня. **Ответ: $-\frac{1}{4} < a \leq 0$.**

Ответ: $-\frac{1}{4} < a \leq 0$.

Комплекс задач с параметром

Задачи с параметром для решения в координатной плоскости (xOy)

1. Найдите все значения параметра b , при которых уравнение $\lg 2|x| + \lg(2-x) - \lg(\lg b) = 0$ имеет единственное решение.
2. При каком наименьшем натуральном значении n уравнение $x^3 + 3x^2 - 45x + n = 0$ имеет ровно один корень?
3. При каких значениях параметра a неравенство $\sqrt{1-x^2} > a-x$ имеет решения?
4. Найдите все значения параметра k , при которых система уравнений
$$\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 6, \\ y = 8 + k(x-6) \end{cases}$$
 имеет два различных решения.
5. Найдите все пары чисел p и q , при которых неравенство $|x^2 + px + q| > 2$ не имеет решений на отрезке $[1;5]$.
6. При каких значениях параметра a уравнение $3 - \sqrt{(x-2)^2} = a$ имеет одно решение?
7. При каких значениях параметра a уравнение $ax - 1 = \sqrt{8x - x^2 - 15}$ имеет единственное решение?
8. Сколько корней имеет уравнение $\sqrt{x+a} = \log_{\frac{1}{3}}(x-2a)$?

Задачи с параметром для решения в координатной плоскости (xOa)

1. При каких значениях параметра a уравнение $\sqrt{x+a} = x$ имеет два корня?
2. Найдите все значения параметра a , при которых система
$$\begin{cases} x^2 + 2x + a \leq 0, \\ x^2 - 4x - 6a \leq 0 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.
3. При каких значениях параметра a уравнение $(a+4x-x^2-1)(a+1-|x-2|)=0$ имеет три корня?
4. Найти все значения параметра a , при которых неравенство $3-|x-a| > x^2$ имеет хотя бы одно отрицательное значение.
5. Найдите множество значений параметра a , для каждого из которых уравнение $\sqrt{x+2a^2}(x^2-(a-1)x-a)=0$ имеет только два различных корня.
6. При каких значениях параметра a система
$$\begin{cases} x^2 + (2-3a)x + 2a^2 - 2a < 0, \\ ax = 1 \end{cases}$$
 имеет решение?
7. Найти все значения параметра a , при которых уравнение
$$\frac{x^2 - (3a-1)x + 2a^2 - 2}{x^2 - 3x - 4} = 0$$
 имеет одно решение.

Самостоятельная работа №1
«Линейные уравнения и неравенства с параметром»

Уровни	№	Задание Решите уравнение (неравенство) с параметром
Уровень А	1.	$x - a = 0$
	2.	$5x = a$
	3.	$ax = 0$
	4.	$(a - 1)x = 6$
	5.	$ax < 5$
Уровень В	6.	$2ax = 1 - x$
	7.	$3 - ax = x$
	8.	$xa^2 = a + x$
	9.	$2ax \leq 1 - x$
	10.	$(a - 1)x > 6$
	11.	$4a - a^2x = 2ax$
Уровень С	12.	$(a^2 - 4)x = a^2 + a - 6$
	13.	$(a^2 - 9)x = 9a^2 - 10a - 51$
	14.	$(a^2 - 5a + 6)x = a^4 - 16$
	15.	$2a(a - 2)x < a - 2$
	16.	$(a^2 - 9)x > a + 3$

Ответы к заданиям самостоятельной работы №1
«Линейные уравнения и неравенства с параметром»

Уровни	№	Ответы
Уровень А	1.	$x = a, a \in R.$
	2.	$x = \frac{a}{5}, a \in R.$
	3.	при $a = 0, x \in R$; при $a \neq 0, x = 0.$
	4.	при $a = 1$ корней нет, при $a \neq 1, x = \frac{6}{a-1}.$
	5.	при $a = 0 x \in R$, при $a > 0 x < \frac{5}{a}$, при $a < 0 x > \frac{5}{a}.$
Уровень В	6.	при $a = -0,5$ корней нет, при $a \neq -0,5 x = \frac{1}{2a+1}.$
	7.	при $a = -1$ корней нет, при $a \neq -1 x = \frac{3}{a+1}.$
	8.	при $a = \pm 1$ корней нет, при $a \neq \pm 1 x = \frac{a}{a^2-1}.$
	9.	при $a = -0,5 x \in R$, при $a > -0,5 x \leq \frac{1}{2a+1}$, при $a < -0,5 x \geq \frac{1}{2a+1}.$
	10.	при $a = 1$ корней нет, при $a > 1 x > \frac{6}{a-1}$, при $a < 1 x < \frac{6}{a-1}.$
	11.	при $a = 0 x \in R$, при $a = -2$ корней нет, при $a \neq -2, a \neq 0 x = \frac{4}{a+2}.$
Уровень С	12.	при $a = 2 x \in R$, при $a = -2$ корней нет, при $a \neq \pm 2 x = \frac{a+3}{a+2}.$
	13.	при $a = 3 x \in R$, при $a = -3$ корней нет, при $a \neq \pm 3 x = \frac{9a+17}{a+3}.$
	14.	при $a = 2 x \in R$, при $a = 3$ корней нет, при $a \neq 2, a \neq 3 x = \frac{(a^2+4)(a+2)}{a-3}.$
	15.	при $a = 2, a = 0$ корней нет, при $a \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) x < \frac{1}{2a}$, при $a \in (0; 2) x > \frac{1}{2a}.$
	16.	при $a = \pm 3$ корней нет, при $ a > 3 x > \frac{1}{a-3}$, при $ a < 3 x < \frac{1}{a-3}.$

Самостоятельная работа №2
«Квадратные уравнения и неравенства с параметром»

Уровни	№	Задание
Уровень А	1.	При каких a уравнение $4x^2 - 4ax + 1 = 0$ имеет два корня?
	2.	При каких a уравнение $9x^2 - 2x + a = 6 - ax$ имеет один корень?
	3.	При каких a уравнение $ax^2 - 2x + 5 = 0$ имеет один корень?
	4.	Решите уравнение с параметром $ax^2 - 2x + 4 = 0$.
	5.	Решите уравнение с параметром $ax^2 - 2x + 2 - a = 0$.
Уровень В	6.	Решите уравнение с параметром $(a + 1)x^2 - 2x + 1 - a = 0$.
	7.	Найдите все значения параметра b , при которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет: а) отрицательные корни; б) положительные корни; в) корни разных знаков.
	8.	Найдите все значения параметра a , при которых один корень уравнения $x^2 + (2a - 1)x + a^2 + 2 = 0$ вдвое больше другого.
	9.	Найдите все значения параметра a , при которых разность корней уравнения $x^2 + ax + 12 = 0$ равна 1.
	10.	Найдите все значения параметра a , при которых отношение корней уравнения $x^2 + ax + a + 2 = 0$ равно 2.
Уровень С	11.	Исследуйте знаки корней уравнения $(a-2)x^2 - 2ax + 2a - 3 = 0$.
	12.	При каких значениях параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 + (2 - a)x - a - 3 = 0$ наименьшая?
	13.	При каких значениях параметра a оба корня уравнения $4x^2 - 2x + a = 0$ лежат в промежутке $(-1; 1)$?
	14.	При каких значениях параметра a оба корня уравнения $(a - 1)x^2 + 2ax + a - 2 = 0$, где $a \neq 1$, больше 1?
	15.	При каких значениях параметра a число 3 находится между корнями уравнения $x^2 - 2(a + 1)x + 4 - a = 0$?

Ответы к заданиям самостоятельной работы №2
 «Квадратные уравнения и неравенства с параметром»

Уровни	№	Ответы
Уровень А	1.	при $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
	2.	при $a = 20 \pm 6\sqrt{5}$.
	3.	при $a = 0$; $a = 0,2$.
	4.	при $a = 0$ $x = 2$; при $a = 0,25$ $x = 4$; при $a > 0,25$ корней нет, при $a \in (-\infty; 0) \cup (0; 0,25)$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4a}}{a}$.
	5.	при $a = 0$ $x = 1$; при $a \neq 0$ $x = 1, x = \frac{2-a}{a}$.
Уровень В	6.	при $a = -1$ $x = 1$; при $a \neq -1$ $x = 1, x = \frac{1-a}{1+a}$.
	7.	а) $b \in (-6; -2]$; б) $b \in [3; +\infty)$; в) $b \in (-\infty; -6]$.
	8.	$a = -4$.
	9.	$a = \pm 7$.
	10.	$a = -1,5$; $a = 6$.
Уровень С	11.	При $a \in [1; 1,5)$ оба корня отрицательны; при $a = 1,5$ $x_1 = 0, x_2 < 0$; при $a \in (1,5; 2)$ корни разных знаков; при $a = 2$ $x > 0$; при $a \in (2; 6]$ оба корня положительны.
	12.	при $a = 1$.
	13.	при $a \in (-2; 0,25]$.
	14.	при $a \in (\frac{2}{3}; \frac{3}{4})$.
	15.	при $a \in (\frac{10}{7}; +\infty)$.

Самостоятельная работа №3
«Тригонометрические уравнения с параметром»

Уровни	№	Задание
Уровень А	1.	При каких значениях параметра a уравнение $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - a = 0$ имеет корни?
	2.	Решить уравнение с параметром $\sin(x - 5) = m - 1$.
	3.	Решить уравнение с параметром $\sin \sqrt{x} = a + 1$.
	4.	Решить уравнение с параметром $\cos(3x + 1) = b$
	5.	При каких значениях параметра уравнение $\sqrt{3} \sin x + \cos x = a$ имеет корни?
Уровень В	6.	Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $2\cos 2x - 4a \cos x + a^2 + 2 = 0$ не имеет решений.
	7.	Решите уравнение $(5a - 1) \cos x = 2a + 3$.
	8.	При каких значениях параметра уравнение $\sin 2x = a$ имеет 5 корней в промежутке $[0; 2\pi]$.
	9.	Найдите все целые значения параметра a , при которых уравнение $2 \sin^2 x + 6 \cos^2 \frac{x}{2} = 5 - 2a$ имеет корни.
Уровень С	10.	Решить уравнение с параметром $(a^2 - 9) \sin x = a + 3$.
	11.	Найдите все целые значения параметра, для каждого из которых уравнение $5 - 4 \sin^2 x - 8 \cos^2 \frac{x}{2} = 3a$ имеет решения. Решите уравнение при найденных значениях параметра a .
	12.	Найдите все значения параметра a , для каждого из которых уравнение $\cos^4 x - (a + 2) \cos^2 x - a - 3 = 0$ имеет решения. Решите уравнение при найденных значениях параметра a .
	13.	Решить уравнение с параметрами $2 \sin^2 2x - (b + 2a + 2) \sin 2x + b(a + 1) = 0$.

Ответы к заданиям самостоятельной работы №3
«Тригонометрические уравнения с параметром»

Уровни	№	Ответы
Уровень А	1.	при $a \in [-0,25; +\infty)$.
	2.	при $m \in [0; 2]$ $x = 5 + (-1)^n \cdot \arcsin(m-1) + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; при $m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ корней нет.
	3.	при $a \in [-1; 0]$, $n \geq 0$ и $a \in [-2; -1]$, $n \geq 1$ $x = ((-1)^n \cdot \arcsin(a+1) + \pi n)^2$, $n \in \mathbb{Z}$; при $a \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$ корней нет.
	4.	при $ b \leq 1$ $x = -\frac{1}{3} \pm \frac{\arccos b + 2\pi n}{3} + \frac{2\pi n}{3}$, $n \in \mathbb{Z}$; при $ b > 1$ корней нет.
	5.	при $a \in [-2; 2]$.
Уровень В	6.	при $a \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
	7.	при $a \in (-\infty; -\frac{2}{7}] \cup [\frac{4}{3}; +\infty)$ $x = \pm \arccos \frac{2a+3}{5a-1} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, при $a \in (-\frac{2}{7}; \frac{4}{3})$ корней нет.
	8.	при $a = 0$.
	9.	при $a = 0, a = 1, a = 2$.
Уровень С	10.	при $a \in (-\infty; -3) \cup (-3; 2] \cup [4; +\infty)$ $x = (-1)^k \arcsin \frac{1}{a-3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, при $a = -3$ $x \in \mathbb{R}$, при $a \in (2; 4)$, корней нет.
	11.	при $a = -1$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. $x = 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, при $a = 0$ $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi r$, $r \in \mathbb{Z}$, при $a = 1$ $x = \pm \arccos \frac{1-\sqrt{7}}{2} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.
	12.	при $a \in [-3; -2]$ $x = \pm \frac{1}{2} \arccos(2a+5) + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, при $a \in (-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$ корней нет.
	13.	при $ b \leq 2$ и $-2 \leq a \leq 0$ $x = (-1)^k \cdot \frac{1}{2} \arcsin \frac{b}{2} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, $x = (-1)^n \cdot \frac{1}{2} \arcsin(a+1) + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$; при $ b \leq 2$ и $a < -2$, $a > 0$ $x = (-1)^k \cdot \frac{1}{2} \arcsin \frac{b}{2} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; при $-2 \leq a \leq 0$ и $ b > 2$ $x = (-1)^n \cdot \frac{1}{2} \arcsin(a+1) + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; при $a < -2$, $a > 0$ и $ b > 2$ корней нет.